

Tarnowski Turniej Matematyczny

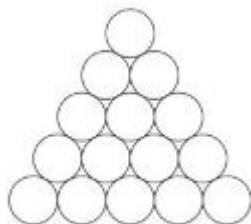
etap finałowy w roku 2021/22

dnia 8 lutego 2022r.

Zadanie 1. Kwadrat o przekątnej długości d pocięto na n prostokątów o przekątnych długości d_1, d_2, \dots, d_n . Pokaż, że

$$d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 \geq d^2.$$

Zadanie 2. Dane jest 15 monet, które ułożono przypadkowymi stronami w trójkąt równoboczny:



Pokaż, że środki pewnych trzech monet leżących tą samą stroną do góry są wierzchołkami trójkąta równobocznego.

Zadanie 3. Wiadomo, że dla pewnych liczb rzeczywistych a, b, c dla wszystkich $x \in [-1; 1]$ spełniona jest nierówność $|ax^2 + bx + c| \leq 1$. Uzasadnij, że dla dowolnego $x \in [-1; 1]$ spełniona jest nierówność $|cx^2 + bx + a| \leq 2$.

Zadanie 4. Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC , przy czym $|AD| = 1$, a $|BD| = 2$. Wiedząc, że miary kątów BAC i BDC są równe odpowiednio 45° i 60° , wyznacz miarę kąta ABC .

Zadanie 5. Okręgi ω_1 i ω_2 o środkach O_1, O_2 przecinają się w punktach X i Y . Wspólna styczna do tych okręgów jest styczna do okręgu ω_1 w punkcie A i do okręgu ω_2 w punkcie B . Na prostej XY znajduje się punkt Z różny od X i od Y . Proste AZ, BZ tną okręgi ω_1, ω_2 w punktach C, D różnych od A, B . Udowodnij, że proste AB, CD i O_1O_2 przecinają się w jednym punkcie.

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp. należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.

Tarnowski Turniej Matematyczny w roku 2021/22
odbywa się pod patronatem
Rektora Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Tarnowie,
Prezydenta Miasta Tarnowa,
Marszałka Województwa Małopolskiego,
i Małopolskiego Kuratora Oświaty.