

# Tarnowski Turniej Matematyczny

etap finałowy w roku szkolnym 2022/23

dnia 14 lutego 2023 r.

**Zadanie 1.** W trójkąt prostokątny wpisujemy dwa kwadraty: jeden ma boki zawarte w przyprostokątnych i jeden wierzchołek na przeciwprostokątnej, drugi ma jeden bok zawarty w przeciwprostokątnej i dwa wierzchołki na przyprostokątnych. Rozstrzygnij, który kwadrat ma większe pole.

**Zadanie 2.** Wyznacz najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x^{2020} + x^3 + 1 + \frac{2023}{x},$$

dla  $x > 0$ .

**Zadanie 3.** Trójkąt o bokach długości  $a, b, c$  jest opisany na okręgu o promieniu  $r$ . Okręgi o promieniach  $r_a, r_b, r_c$  są styczne do okręgu wpisanego w trójkąt oraz do boków odpowiednio  $b$  i  $c$ ,  $c$  i  $a$ ,  $a$  i  $b$ . Pokaż, że  $r_a + r_b + r_c \geq r$ .

**Zadanie 4.** Niech  $p$  i  $q$  będą takimi liczbami wymiernymi, że

$$p + q = p^2 + q^2 = r.$$

Wykazaż, że liczbę  $r$  można zapisać w postaci ułamka wymiernego, którego mianownik jest liczbą względnie pierwszą z liczbą 6.

---

## Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.
6. Nie należy używać w pracy koloru czerwonego.

---

Tarnowski Turniej Matematyczny w roku szkolnym 2022/23

odbywa się pod patronatem:

Marszałka Województwa Małopolskiego

Prezydenta Miasta Tarnowa

Małopolskiego Kuratora Oświaty

Rektora Akademii Nauk Stosowanych w Tarnowie