

Tarnowski Turniej Matematyczny

etap szkolny w roku 2019/20

dnia 28 listopada 2019r.

Zadanie 1. Liczbę naturalną nazwiemy „śliczną”, jeżeli liczba ta daje się przedstawić jako suma dwóch kwadratów liczb całkowitych. Wiadomo, że liczba n jest „śliczna”. Czy liczba $5n$ też jest „śliczna”? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Udowodnij, że jeżeli P jest dowolnym punktem leżącym wewnątrz równoległoboku $ABCD$, to

$$|AP| < |BP| + |CP| + |DP|.$$

Zadanie 3. Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba 3 dzieli liczbę

$$n^3 + 3n^2 + 5n + 3.$$

Zadanie 4. Wykaż, że jeżeli środkowa i wysokość poprowadzona z tego samego wierzchołka trójkąta dzieli kąt przy tym wierzchołku na trzy równe części, to trójkąt jest prostokątny.

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. **Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań.** Każdy arkusz należy **podpisać (drukowanymi literami)** imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp., należy podnieść rękę i siedząc na miejscu poczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy (w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny) Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów **nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.**