

Tarnowski Turniej Matematyczny

Etap finałowy 1 lutego 2019

Zadanie 1. Zbadaj dla jakich liczb naturalnych n liczba $4n^2 + 4n - 7$ jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 2. W trójkącie prostokątnym ABC mamy $\angle C = 90^\circ$, przyprostokątne mają długości 3 i 4, a punkt D jest środkiem przeciwprostokątnej. Wyznacz odległość między środkami I_1, I_2 okręgów wpisanych w trójkąty ACD, BCD .

Zadanie 3. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 2$ i dowolnej liczby rzeczywistej x takiej, że $|x| < 1$ zachodzi nierówność

$$(1 + x)^n + (1 - x)^n < 2^n.$$

Zadanie 4. Uzasadnij, że w każdym kole o promieniu 1 nie da się umieścić sześciu punktów, tak aby odległość między każdymi dwoma punktami była większa od 1.

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 140 minut (2 godziny 20 minut).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.
6. Nie należy używać w pracy koloru czerwonego.