

Tarnowski Turniej Matematyczny

etap szkolny w roku 2018/19

dnia 6 grudnia 2018 r.

Zadanie 1. Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie w punkcie A poprowadzono wspólną styczną zewnętrzną BC , gdzie B i C są punktami styczności. Wykaż, że kąt BAC jest kątem prostym.

Zadanie 2. Rozwiąż równanie $[x^3] + [x^2] + [x] = \{x\} - 1$, w którym $[a]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż a , zaś $\{a\} = a - [a]$.

Zadanie 3.

Dane są liczby rzeczywiste dodatnie a, b, c, d, e takie, że $a + b + c + d + e = 8$ oraz $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16$. Wykaż, że $a \leq \frac{16}{5}$.

Zadanie 4. Niech $f(x) = \frac{2}{4^x+2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Oblicz

$$f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right).$$

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp., należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.