

# Tarnowski Turniej Matematyczny

Etap finałowy 26 stycznia 2018

**Zadanie 1.** Rozpatrujemy zbiór liczb czterocyfrowych postaci:

$$N = 10^3 a_3 + 10^2 a_2 + 10 a_1 + a_0,$$

gdzie  $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  dla  $i \in \{0, 1, 2, 3\}$  o następujących własnościach:

- $N$  jest kwadratem liczby naturalnej;
- dwucyfrowa liczba  $N_1 = 10a_3 + a_2$  jest kwadratem liczby naturalnej;
- dwucyfrowa liczba  $N_0 = 10a_1 + a_0$  jest kwadratem liczby naturalnej.

Wykazać, że jest tylko jedna taka liczba.

**Zadanie 2.** Dane są trzy liczby rzeczywiste  $p, q, r$ . Wykazać, że

$$p^2 q^2 + q^2 r^2 + r^2 p^2 \geq pqr(p + q + r).$$

**Zadanie 3.** Punkty  $A_1, B_1, C_1$  są punktami styczności koła wpisanego w trójkąt  $ABC$  z jego bokami. Wykazać, że trójkąt  $A_1 B_1 C_1$  jest ostrokątny.

**Zadanie 4.** W trójkącie prostokątnym  $ABC$  wysokość  $CD$  ma długość  $m$  i dzieli przeciwprostokątną  $AB$  na dwa odcinki takie, że stosunek ich długości wynosi  $m$ . Pole trójkąta  $ABC$  jest równe 20. Oblicz  $m$ .

---

## Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 150 minut (2,5 godziny).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.
6. Nie należy używać w pracy koloru czerwonego.

---

Tarnowski Turniej Matematyczny 2017/2018  
przebiega pod patronatem:  
Marszałka Województwa Małopolskiego  
Prezydenta Miasta Tarnowa  
Małopolskiego Kuratorium Oświaty  
Rektora Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Tarnowie