

Tarnowski Turniej Matematyczny

etap szkolny w roku 2016/17

dnia 1 grudnia 2016 r.

Zadanie 1. Udowodnić, że dla dowolnych liczb naturalnych m, n iloczyn $mn(m-n)$ jest liczbą parzystą.

Zadanie 2.

Wszystkie wierzchołki kwadratu $ABCD$ leżą na bokach trójkąta równobocznego KLM . Wykazać, że stosunek pola kwadratu $ABCD$ do pola trójkąta KLM jest mniejszy niż $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Zadanie 3.

Zbiór kolejnych liczb naturalnych od 1 do 9 podzielono na trzy trójelementowe podzbiory A, B, C . Iloczyny liczb w tych zbiorach oznaczamy symbolami: a, b, c , odpowiednio. Wykazać, że co najmniej jedna z liczb a, b, c jest większa lub równa 72.

Zadanie 4.

Wielokąt wypukły W ma środek symetrii. Pokazać, że istnieje rodzina równoległoboków R_1, R_2, \dots, R_k o rozłącznych wnętrzach taka, że:

(α) każdy punkt wielokąta W należy do co najmniej jednego z równoległoboków tej rodziny;

(β) każdy z równoległoboków R_i jest zawarty w wielokącie W .

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp., należy podnieść rękę i siedząc na miejscu poczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.